

ACADEMIE DE MONTPELLIER  
UNIVERSITE MONTPELLIER II  
SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC  
CENTRE D'ELECTRONIQUE DE MONTPELLIER

---

Rapport de D.E.A. ELECTRONIQUE 1994/1995

**SIMULATION DU COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE  
D'UN RESEAU DE LIGNES DE TRANSMISSIONS  
-  
AIDE A LA COMPATIBILITE ELECTROMAGNETIQUE**

par

**Lionel MAZET**

soutenu le 26 juin 1995

JURY 7:

**C. ALIBERT  
Y. MOREAU  
P. MONTGOMERY  
J. FESQUET**

Président

## **REMERCIEMENTS**

Ce travail à été réalisé sur une idée d'Yves MOREAU, que je remercie pour son objectivité, ses conseils, et son soutien.

Je tiens à remercier le Professeur LECOY pour m'avoir orienté sur ce sujet de stage.

Un grand merci à tous mes camarades qui m'ont soutenu.

# SOMMAIRE

---

<b>Sommaire</b> .....	<b>3</b>
<b>I. Positionnement du probleme</b> .....	<b>5</b>
<b>A. Introduction à la Compatibilité Electromagnétique</b> .....	<b>5</b>
<b>B. Perturbations Electromagnétiques</b> .....	<b>6</b>
1. Classification des sources de perturbations.....	6
2. Introduction aux IEM et au phénomène de couplage.....	6
3. Cas de la source d'IEM de forme trapézoïdale.....	7
<b>C. Classification des mécanismes de couplage EM</b> .....	<b>8</b>
1. Couplage par conduction.....	8
2. Couplage par champ.....	9
3. Couplage par boucle de masse.....	10
<b>D. Cas des lignes de transmission - Objectifs</b> .....	<b>11</b>
<b>II. Etude théorique du couplage Electromagnetique DE reseaux de lignes de transmission</b> .....	<b>12</b>
<b>A. Rappels théorique</b> .....	<b>12</b>
<b>B. Lignes de transmission</b> .....	<b>12</b>
<b>C. Reseau de lignes</b> .....	<b>14</b>
<b>D. Méthodes de résolution</b> .....	<b>15</b>
1. Discrétisation - Méthode des différences finies.....	15
2. Méthode de la superposition modale.....	15
<b>E. Méthode retenue</b> .....	<b>16</b>
<b>F. Calcul des paramètres primaires</b> .....	<b>16</b>
<b>III. developpement logiciel</b> .....	<b>17</b>
<b>A. Présentation de Visual C++</b> .....	<b>17</b>
<b>B. Techniques utilisées</b> .....	<b>17</b>
<b>C. Résultats</b> .....	<b>17</b>
<b>IV. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE</b> .....	<b>18</b>
<b>V. ANNEXE</b> .....	<b>20</b>
<b>A. Equations de Maxwell-Guides d'ondes</b> .....	<b>20</b>
<b>B. Solution de l'équation de Réseau</b> .....	<b>21</b>



# I. POSITIONNEMENT DU PROBLEME

Le travail a consisté à débroussailler le thème de la compatibilité électromagnétique, sans rentrer dans le détail des normes, et de développer le moteur d'un logiciel de simulation du couplage entre des liaisons de données le plus général possible, afin d'aider à résoudre les problèmes d'interférence électromagnétique (IEM).

## A. INTRODUCTION A LA COMPATIBILITE ELECTROMAGNETIQUE.

Notre environnement est le support de diverses sources électromagnétiques. Une partie des sources sont d'origines naturelles (Soleil, étoiles, foudre...), les autres sont dues aux systèmes électriques.

Un système est constitué d'un assemblage de divers sous-systèmes, quelques soient la complexité et la localisation géographique des équipements qui le constitue.

De manière générale, un système électrique ou électronique (E/E) peut être émetteur ou récepteur de parasites électromagnétiques. Ces parasites pouvant être guidées (câbles) et/ou se propager par rayonnement dans l'espace (cf. [1][2][3]).

La Figure 1 illustre les différents problèmes dus à l'émission et la réception d'interférences électromagnétiques.

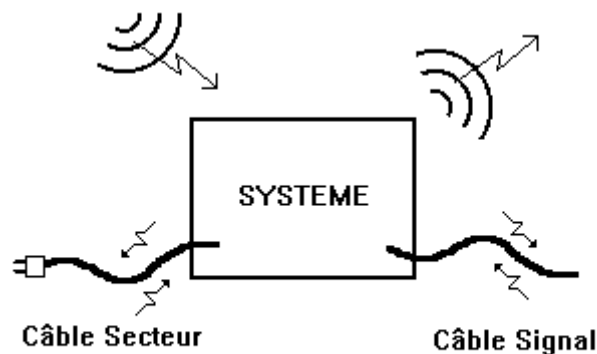


Figure 1 : Système électrique et/ou électronique.

L'incompatibilité électromagnétique de systèmes peut provoquer des accidents, par exemple, parce que le système de détection antimissile et le système de communication par satellite ne pouvaient pas fonctionner en même temps, cela a provoqué la mise hors-service du destroyer HMS Sheffield par un Exocet en 1982, durant le conflit UK-Argentine.

Il est donc nécessaire, lors de la conception d'un système E/E, de se préoccuper:

- des agressions électromagnétiques que le système aura à subir;
- des perturbations que le système générera.

La Compatibilité Electromagnétique (CEM) est la discipline qui a pour objet d'étudier les problèmes de cohabitations des systèmes E/E. Sa vocation consiste à:

- étudier les transferts d'énergie non intentionnels entre systèmes E/E;
- mettre au point les procédés permettant d'éliminer les problèmes d'interférences électromagnétiques et de satisfaire la réglementation en vigueur en la matière;
- développer les techniques de fabrication, permettant d'accroître l'immunité de ces systèmes aux parasites électromagnétiques et de réduire leur niveau d'émissions électromagnétiques parasites.

C'est l'accroissement constant de la concentration des systèmes E/E, l'augmentation de la vitesse de fonctionnement, et la miniaturisation qui sont les facteurs de la multiplication des problèmes de CEM.

*Un système E/E est électromagnétiquement compatible, si dans un environnement électromagnétique spécifié, il est apte à fonctionner de manière conforme à l'usage pour lequel il a été conçu et si pour les autres systèmes E/E, il ne constitue pas une source de perturbation EM supérieure à la limite autorisée.*

## B. PERTURBATIONS ELECTROMAGNETIQUES.

### 1. CLASSIFICATION DES SOURCES DE PERTURBATIONS.

Outre le bruit dû à la nature corpusculaire de l'électricité, nous pouvons distinguer deux grandes catégories de sources de perturbations EM: les sources d'origine naturelle et les sources provenant de l'activité humaine.

Les sources naturelles comprennent:

- les Décharges Electro-Statiques (DES) , dont la foudre, qui correspond à des DES entre nuages ou entre nuages et sol;
- le bruit cosmique et bruit solaire.

Les sources dues à l'activité humaine peuvent être distinguées en trois catégories:

- les sources de rayonnement EM volontaires (émetteurs radio, TV, radars, fours à micro-ondes ...);
- les sources de perturbations involontaires qui proviennent de l'utilisation de l'électricité (lignes de transport d'énergie, éclairage fluorescent, ouverture et fermeture de contacts électromécaniques ou statiques, ou tout système générant de **fortes variations** de courants (  $di/dt$  ) ou de tensions (  $dv/dt$  );
- les DES qui impliquent le corps humain ou des matériaux que l'homme a mis en mouvement.

### 2. INTRODUCTION AUX IEM ET AU PHENOMENE DE COUPLAGE.

Toute situation d'IEM fait intervenir trois éléments différents (cf):

- une source d'émission de parasites,
- un récepteur,
- un mécanisme de couplage.

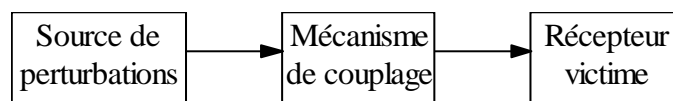


Figure 2 : Décomposition d'un problème d'IEM.

Il est indispensable de caractériser les sources de perturbations et les susceptibilités aux perturbations des systèmes, soit dans le domaine temporel, soit dans le domaine fréquentiel, grâce aux différents outils de calculs et de mesure existants, car elles conduisent à la connaissance des phénomènes d'interférences électromagnétique (IEM). Par exemple, la coïncidence de tout ou partie des parties significatives des spectres d'émission et de réception de deux systèmes, permet de supposer que le système susceptible peut faire l'objet d'apparition d'IEM provenant du système source.

L'étude du mécanisme de couplage est la seconde étape fondamentale pour inhiber les IEM. Nous pouvons d'ores et déjà dire qu'il existe deux mécanismes de couplage :

- par conduction (filaire, plan de masse, impédance commune...);
- par rayonnement (fentes rayonnantes, antennes filaires...).

Nous allons étudier le signal type des sources d'IEM, et classifier les différents types de couplages.

### 3. CAS DE LA SOURCE D'IEM DE FORME TRAPEZOÏDALE.

Parmi les différents types de sources existantes, la forme d'onde la plus répandue est la trapézoïdale ( électrotechnique, électronique numérique,... ). L'étude de ce signal est indispensable pour la suite des résultats. Nous pouvons définir un motif trapézoïdal par la convolution de deux " portes " ( ou signaux rectangulaires ). La périodicité du signal peut être représentée par le produit de convolution du motif et d'un peigne de Dirac d'amplitude unitaire et de période  $T$ , dans l'hypothèse où le signal est de durée infinie. Le spectre du signal est donné par sa TF, ce qui correspond au produit de la TF du motif ( le produit de deux sinus cardinaux ) par la TF du peigne de Dirac (qui est un peigne de Dirac d'amplitude  $1/T$  et de période  $1/T$ ). Avec la définition des paramètres du signal ( cf. ), en appelant  $\tau$  la largeur d'impulsion à mi-hauteur, et  $\omega_0 = 1 / 2\pi T$ , nous pouvons décomposer en séries de Fourier le signal. Nous obtenons:

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} 2 \cdot |C_n| \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_n) \quad (1)$$

Avec  $C_0 = A \tau / T$ , qui représente la valeur moyenne du signal. Il résulte après calcul et de manière générale:

$$2 \cdot |C_n| = 2 \cdot A \cdot \frac{\tau}{T} \left| \frac{\sin(n \cdot \pi \cdot \tau / T)}{n \cdot \pi \cdot \tau / T} \right| \cdot \left| \frac{\sin(n \cdot \pi \cdot \tau_r / T)}{n \cdot \pi \cdot \tau_r / T} \right| \quad (2)$$

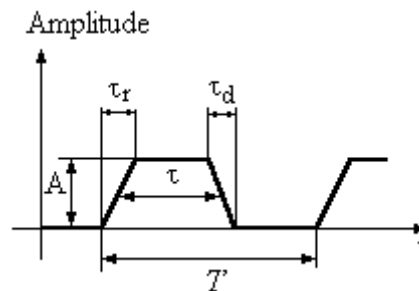


Figure 3 : Signal trapézoïdal.

Le spectre en fréquence du signal est un spectre de raies dont nous pouvons représenter l'enveloppe (cf. ). La représentation log/log de l'enveloppe du spectre de l'onde trapézoïdale choisie ( $\tau_d = \tau_r$ ) en fonction de la fréquence, laisse apparaître une courbe asymptotique avec deux fréquences de cassure qui sont :  $f_1 = 1/\pi\tau$  et  $f_2 = 1/\pi\tau_r$ . L'amplitude de la fréquence du fondamental ( $f_0 = 1/T$ ) est  $2.A/\pi$ . Nous remarquons aussi que le spectre est d'autant plus large que  $f_2$  est élevée, ou que le temps de commutation  $\tau_r$  est court.

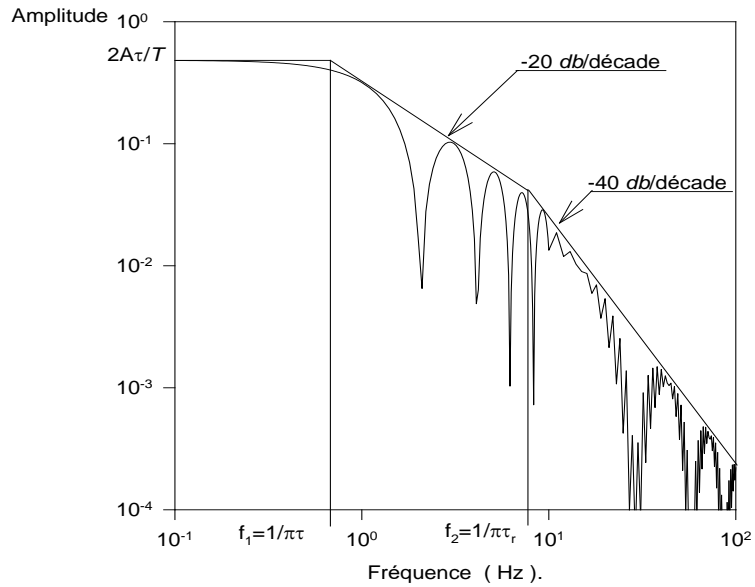


Figure 4 : Enveloppe spectrale d'un signal périodique trapézoïdal.

## C. CLASSIFICATION DES MECANISMES DE COUPLAGE EM.

### 1. COUPLAGE PAR CONDUCTION.

#### a) Couplage par conduction directe.

Un couplage par conduction directe se produit lorsqu'un conducteur appartenant à un récepteur véhicule un courant électrique provenant directement d'une source de bruit. Sa répartition obéit aux lois classiques de l'analyse des circuits électriques ( cf. par ex. [5] ); de cette manière, ses effets peuvent être calculés.

#### b) Couplage par impédance commune.

Un couplage par impédance commune apparaît lorsque les courants électriques de deux systèmes empruntent un même trajet dont l'impédance ( $Z_c$ ) ne peut être négligée (exemple ).



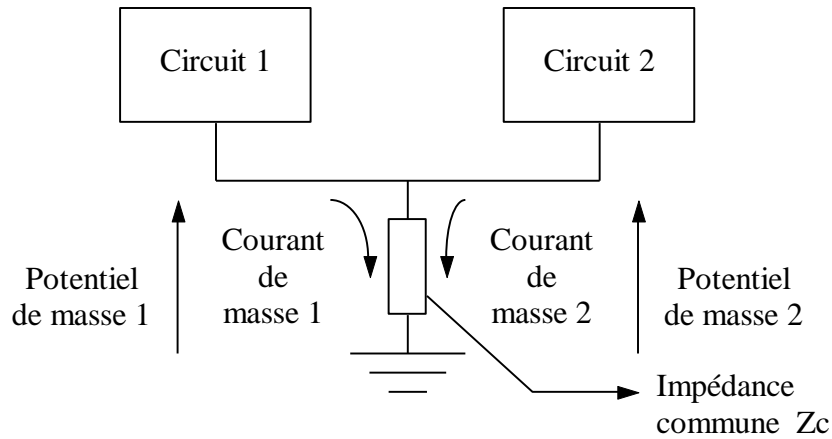


Figure 5 : Exemple de couplage par impédance commune.

La variation du courant ou du potentiel dû au circuit source d'IEM entraîne une apparition de signaux de mode commun. Les couplages par impédance commune peuvent apparaître non seulement dans les connexions de retour à la masse, mais aussi dans le réseau qui distribue l'énergie électrique aux divers constituants du système. Lorsque  $Z_c$  est traversée par des courants possédant des variations  $di/dt$  importantes, c'est le terme inductif qui provoque les effets perturbateurs les plus importants. Pour réduire et/ou éliminer les couplages par impédance commune, il faut, soit diminuer la valeur de  $Z_c$ , soit adopter un autre routage des connexions.

## 2. COUPLAGE PAR CHAMP.

F. Chauvet [1] donne une méthode simple permettant de savoir dans une certaine mesure, si un système est sujet aux phénomènes d'antennes et de rayonnements EM : si la longueur  $l$  d'une des liaisons électrique est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde minimale  $\lambda_{\min}$  (correspondant à la fréquence représentative maximale) de son spectre d'émission ou de susceptibilité, il est probable que cette liaison sera sujette aux phénomènes de rayonnement d'ondes électromagnétiques ( OEM ). Une relation permettant d'ignorer les effets du rayonnement EM est donnée par :

$$l < \frac{\lambda_{\min}}{10} \quad (3)$$

### a) Couplage en champ proche.

Les caractéristiques du champ EM rayonné par une source, varient en fonction de la distance qui sépare la source de radiations du lieu où le champ est observé. Près de la source, le champ rayonné dépend essentiellement des caractéristiques de la source : les termes les plus grands des composantes électriques (E) et magnétiques (H) du champ EM varient en  $1/r^3$  et  $1/r^2$ . Cette région est appelée **zone de rayonnement en champ proche**, et les champs E et H peuvent être considérés séparément. Suivant la composante du champ EM qui entraîne les effets les plus grands, il est question de **couplage par induction électrique** ( existence de lignes de flux d'induction électrique reliant source de perturbations et récepteur victime) modélisé du point de vue électrique par une **capacité parasite**, ou de **couplage par induction magnétique** ( existence de lignes de flux d'induction magnétique créées par une source de perturbations et traversant le récepteur

victime) modélisé par une **inductance mutuelle**. Le terme *diaphonie* ( *crosstalk* en anglais ) est utilisé pour désigner le couplage dans cette zone. Pour des sources rayonnantes de petites dimensions par rapport à la longueur d'onde  $\lambda_0$  cette zone s'étend, à partir de la source, jusqu'à une distance d'environ  $\lambda_0/2\pi$ . Pour les structures rayonnantes couramment rencontrées, la limite de cette zone est donnée par le maximum de ces deux valeurs :  $3\lambda_0$  ( antennes filaires ) et  $2D^2/\lambda_0$  ( antennes à surface rayonnantes ),  $D$  représentant la plus grande dimension géométrique de la source rayonnante.

La modélisation par capacité parasite et par inductance mutuelle permet de calculer le couplage des systèmes par les méthodes classiques d'études des circuits.

### *b) Couplage en champ lointain.*

Au-delà de la zone de champ proche s'étend la zone de rayonnement en champ lointain. Dans cette zone, les caractéristiques du champ EM rayonné ne dépendent que des propriétés du milieu dans lequel le champ se propage :

- l'impédance d'onde  $Z_w = |E|/|H|$  est égale à l'impédance caractéristique  $Z_0$  du milieu (  $120\pi \Omega$  dans l'air, en espace libre );
- les champs E et H sont en phase, perpendiculaires entre eux et avec la direction de propagation; leurs amplitudes varient en  $1/r$ ;
- pour des sources de petites dimensions et/ou très éloignées, l'onde est plane.

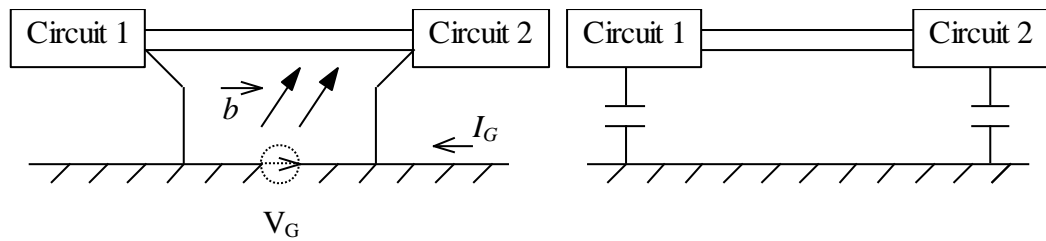
Le couplage, dans cette zone, est dit par champ électromagnétique, ou par onde plane; il faut employer les équations de Maxwell pour calculer l'amplitude des perturbations EM (cf. [2][3] et [6]).

### *c) Théorème de réciprocité.*

Les problèmes d'émission et de susceptibilité d'un équipement ne sont pas indépendants. Il est démontré en électromagnétisme que la fonction de transfert entre deux structures rayonnantes, l'une émettrice et l'autre réceptrice, est la même quelle que soit celle que l'on considère comme émettrice ou réceptrice ( cf. cours d'électromagnétisme [6] et [3] ).

## **3. COUPLAGE PAR BOUCLE DE MASSE.**

Le couplage par boucle de masse ne constitue pas une catégorie de couplage fondamentalement différente des précédentes. Comme le montre la , une boucle de masse apparaît lorsque deux systèmes interconnectés par une ligne de transmission sont mis à la masse ( directement ou par capacité parasite ).



**a - fermeture par liaison directe.**

**b - fermeture par capacité parasite.**

*Figure 6 : Couplage par boucle de masse.*

Lors d'un couplage par boucle de masse, il apparaît une différence de potentiel entre les références de potentiel des deux systèmes. Cette différence de potentiel  $V_G$  peut avoir pour origine :

- la circulation dans le plan de masse d'un courant  $i_G$  externe aux deux systèmes (impédance de la masse);
- la présence d'un champ d'induction magnétique  $b$  externe, traversant la boucle de masse (loi de Faraday).

Ces couplages font apparaître des signaux parasites de mode commun. Ils se manifestent lorsque des équipements sont éloignés et qu'ils sont alimentés en énergie électrique par le même réseau secteur (attention aux phénomènes basse fréquence, ex. : 50 Hz).

## **D. CAS DES LIGNES DE TRANSMISSION - OBJECTIFS.**

Une ligne de transmission est un ensemble de deux conducteurs parallèles servant à relier électriquement deux systèmes. Il faut souligner qu'il existe des lignes de transmission non volontaires, par exemple : dans les circuits intégrés numériques, les "longues" connexions entre transistors (CMOS par exemple) forment des lignes de transmission avec le substrat conducteur (fortement dopé), ainsi qu'avec les autres lignes parallèles.

Le cas où plusieurs lignes de transmission sont groupées et/ou partagent des conducteurs entre eux, est appelé réseau de lignes de transmissions. Il nous a paru intéressant de calculer le couplage entre ces lignes. Sur la base de travaux réalisés par Touboul [4], je me suis limité donc à l'étude de réseaux de lignes de transmission afin de développer un logiciel de calcul des coefficients de couplage en courant, en tension, et en puissance sur un ordinateur personnel (type compatible PC ou Mac...). Nous verrons que le couplage dépend de la géométrie, des dimensions et de la position relatives des différents conducteurs.

## II. ETUDE THEORIQUE DU COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE DE RESEAUX DE LIGNES DE TRANSMISSION

---

### A. RAPPELS THEORIQUE.

La base des équations régissant les lois dans les lignes de transmission est donnée par la théorie des guides d'ondes. Il faut partir des équations de Maxwell ([6] et cf. ) pour arriver l'équation de dispersion traduisant les différents modes de propagation des OEM. Nous supposons d'abord les métaux parfaitement conducteurs, et les diélectriques parfaitement isolants. Le mode TEM est caractéristique des lignes : seul les lignes peuvent propager le mode TEM, alors que les modes TE et TM se propagent dans les lignes et les guides d'ondes.

L'équation de dispersion du mode TEM est :

$$\varepsilon_r \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 = 0 \quad (4)$$

ce qui signifie que si la permittivité est indépendante de la fréquence, il n'y a pas de dispersion. Il n'y a pas non plus de fréquence de coupure du mode TEM. Il suffit que la fréquence de travail soit inférieure à la fréquence de coupure du premier mode TE ou TM, pour que le mode TEM soit le seul à se propager. Le champ E est donc orthogonal à H, et tous deux orthogonaux à la direction de propagation. Nous pouvons introduire l'impédance d'onde du diélectrique :  $Z = \omega\mu_0/k = k/\omega\varepsilon_0\varepsilon_r$ .

### B. LIGNES DE TRANSMISSION.

En considérant la section droite de deux conducteurs, le champ électrique E et le champ magnétique sont coplanaires (dans le cas de conducteurs parfaits) et nous notons (A) et (B) les sections des deux conducteurs (cf. ). Comme la structure est indentique à celle d'un condensateur cylindrique de même section droite, nous pouvons désigner les champs E et H par une représentation complexe des champs transversaux :

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}^t(x, y). \exp j(\omega t - kz) \quad (5)$$

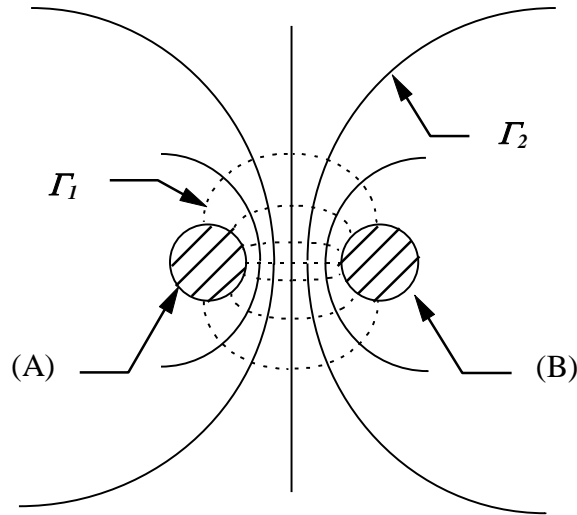


Figure 6 : Lignes des champs  $E$  ( $\Gamma_1$ ) et  $H$  ( $\Gamma_2$ ) entre deux conducteurs.

Nous pouvons associer au champ  $E^t$  une série de paramètres définis en tous points  $z$ , et en tout temps  $t$ :

- la densité de charges libres portées par les surfaces de (A) et (B) :  $\rho$  (7)

- le potentiel de chaque conducteur :  $V = -\int_{\Gamma_1} \vec{E}^t \cdot d\vec{l}$ ; (8)

- le courant circulant le long des conducteurs :  $I = \oint_{\Gamma_2} \vec{H}^t \cdot d\vec{l}$ ; (9)

- le flux d'induction magnétique :  $\varphi = \int_{\Gamma_1} \vec{H}^t \cdot d\vec{l}$  (10)

La variation des paramètres en fonction de  $z$  et  $t$ , est la même que celle des champs. A la suite de ces définitions, nous pouvons introduire les **paramètres primaires** de la ligne, dans le cas général où les métaux ont une conductance finie et les diélectriques sont dissipatifs, selon les lois de l'électromagnétisme:

- la capacité  $\Gamma$  par unité de longueur (PUL):  $q = \Gamma \cdot (V_A - V_B)$ ; (11)

- l'inductance  $\Lambda$  p.u.l.:  $\varphi = \Lambda \cdot I$ ; (12)

- la conductance (du diélectrique) p.u.l.:  $g = \sigma \frac{\Gamma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$  (13)

- la résistance (du conducteur) p.u.l.:  $r = \sigma \cdot \delta \cdot \oint_{(C)} d\vec{l}$  (14)

Où  $\sigma$  désigne la conductivité du milieu en question,  $\delta$  : la profondeur de peau du conducteur, (C) : le contour d'un des conducteurs. Il existe une relation liant  $\Gamma$  et  $\Lambda$ :

$$\Lambda \Gamma = \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r \quad (15)$$

Nous considérons donc la ligne comme un élément de **circuit à propriétés réparties**, dans lequel une OEM est caractérisée par une tension et une intensité  $v(z,t)$  et  $i(z,t)$  (cf. ).

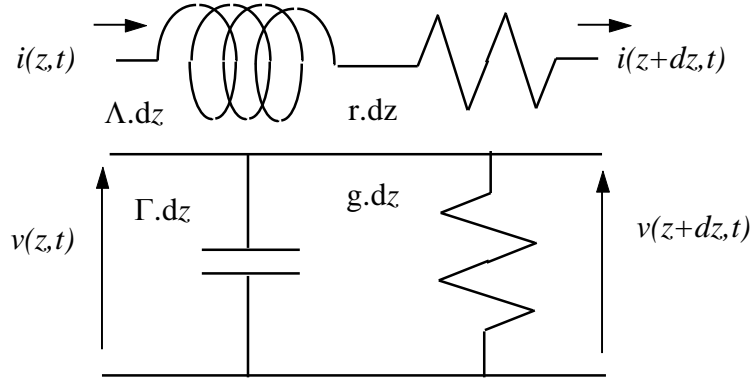


Figure 7 : Schéma électrique équivalent d'un tronçon de ligne  $dz$ .

A partir de ce modèle, nous obtenons après développement et élimination de deux variables, l'équation dite des "Télégraphistes":

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \Lambda\Gamma \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - (r\Gamma + g\Lambda) \frac{\partial v}{\partial t} - rg \cdot v &= 0 \\ \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} - \Lambda\Gamma \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - (r\Gamma + g\Lambda) \frac{\partial i}{\partial t} - rg \cdot i &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Ce résultat laisse apparaître les paramètres secondaires de la ligne:

- le nombre d'onde :  $k^2 = -(r + j\Lambda\omega)(g + j\Gamma\omega)$  (17)

- l'impédance caractéristique :  $Z_c = \sqrt{\frac{r + j\Lambda\omega}{g + j\Gamma\omega}}$  (18)

Si les paramètres  $r$  et  $g$  sont négligés devant respectivement  $\Lambda\omega$  et  $\Gamma\omega$ , l'équation est dite des "Radiotélégraphistes".

Un résultat remarquable est relatif à la puissance transportée dans la ligne. En effet, il est démontré que :

$$p = \iint_{\Gamma_1, \Gamma_2} \vec{E} \cdot \vec{H} \cdot d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2 = v \cdot i \quad (19)$$

## C. RESEAU DE LIGNES.

Soit un ensemble de  $n$  lignes de transmission ayant leur référence commune. Nous associons en tout point  $z$  d'un conducteur  $i$  cylindrique, sa charge  $Q_i$ , sa tension  $V_i$ , son courant  $I_i$  et le flux le traversant  $\phi_i$ . Nous pouvons définir une application linéaire liant les vecteurs  $V$  et  $Q$ :  $C$ , tel que:

$$\vec{Q} = C \cdot \vec{V} \quad (20)$$

Où  $C$  est une matrice carrée, symétrique et d'ordre  $n$ , positive, nommée matrice des coefficients de capacités p.u.l., et

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & -c_{12} & \cdots & -c_{1n} \\ -c_{21} & c_{22} & \cdots & -c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c_{n1} & -c_{n2} & \cdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (21)$$

avec

$$c_{ii} = c_{i0} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (c_{ij}) \quad (22)$$

et  $c_{i0}$  est le coefficient de capacité entre le conducteur  $i$  et la référence. Définissons l'application linéaire liant  $I$  et  $\varphi$ :  $\mathbf{L}$ , tel que:

$$\bar{\varphi} = \mathbf{L} \cdot \bar{I} \quad (23)$$

où  $\mathbf{L}$  est une matrice carrée, symétrique et d'ordre  $n$ , nommée matrice des coefficients d'inductances propres et mutuels p.u.l..

En définissons les matrices  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{G}$  liant  $I$  et  $V$ , selon le modèle de l'équation des télégraphistes, nous obtenons l'équation des télégraphistes appliquée au réseau de lignes (cf. [2] p.496 ch. 10.1.2 et [7]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{V} &= \mathbf{R} \mathbf{G} \bar{V} + (\mathbf{R} \mathbf{C} + \mathbf{L} \mathbf{G}) \frac{\partial}{\partial t} \bar{V} + \mathbf{L} \mathbf{C} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{V} \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{I} &= \mathbf{G} \mathbf{R} \bar{I} + (\mathbf{C} \mathbf{R} + \mathbf{G} \mathbf{L}) \frac{\partial}{\partial t} \bar{I} + \mathbf{C} \mathbf{L} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{I} \end{aligned} \quad (24)$$

## D. METHODES DE RESOLUTION.

Il nous apparaît que la méthode de résolution évidente est celle de la résolution par discrétisation de l'équation, mais il existe d'autres possibilités. L'une d'entre elles est de résoudre les équations de Maxwell (E,H) connaissant les conditions aux limites ( cf. [8], [9] et [10] ), mais est trop lourde à employer. En effet, il faut pouvoir discrétiser l'espace à trois dimensions, de manière à englober tous les conducteurs, ce qui nécessite une place mémoire très importante.

### 1. DISCRETISATION - METHODE DES DIFFERENCES FINIES.

L'objectif de la méthode est de résoudre l'équation des télégraphistes. Nous avons  $2.n$  fonctions (  $n$  tensions et  $n$  intensités ) de deux variables (  $t$  et  $z$  ). La méthode consiste à discrétiser ces deux variables, et de traduire l'équation des télégraphistes en fonction des pas de discrétisation, des valeurs des fonctions aux points considérés. Nous savons qu'il existe plusieurs manière d'écrire les équations différentielles (cf. [12] p. 277 ch. 5 et [20] p.166 ch. 8), selon la méthode employée (explicite, implicite, semi-implicite,...), mais toutes n'ont de réelle utilité que si les coefficients des équations varient en fonction de la valeur des fonctions (équations non-linéaires).

### 2. METHODE DE LA SUPERPOSITION MODALE.

Le principe de la méthode est de transformer le système linéaire couplé, en un système découplé grâce à une matrice de transformation constituée par les  $n$  vecteurs propres du système (cf. [12] p. 380 ch. 5.4.5). La solution analytique du problème est donnée par [2]

(p. 511 ch. 10.1.4) et [7] (cf. ). Cette méthode n'est valable que si les coefficients du système sont indépendants des variables.

## **E. METHODE RETENUE.**

En prévision d'une éventuelle complication du logiciel, j'ai pensé que la méthode de la superposition modale est la plus adaptée au calcul des coefficients de couplage, car elle n'utilise que les paramètres primaires de la ligne, et la valeur de la fréquence de calcul (la méthode des différences finies nécessite plus de mémoire et plus de temps de calcul -à cause de la discrétisation spatio-temporelle). En effet, il suffit, pour un montage électrique, de déterminer les paramètres primaires (dans l'hypothèse où le montage est assimilé à un réseau de lignes de transmission, c'est-à-dire que le montage est à constantes réparties), et il est très simple de déterminer le couplage des lignes. Néanmoins, si le montage ne peut pas être assimilé à un réseau de lignes de transmissions (c'est-à-dire que le montage est à constantes localisée, donc que les paramètres primaires dépendent de la position géographique), il devient nécessaire d'utiliser la méthode des différences finies.

## **F. CALCUL DES PARAMETRES PRIMAIRES**

Hormis le cas analytique des conducteurs cylindrique et/ou plan (cf. [1][2]), dont les solutions données permettent une approche générale, il existe des méthodes de calcul des paramètres primaires, basée sur le calcul des coefficients de capacités (les coefficients d'inductances sont calculés à partir de la relation (18)), avec ou sans interface de diélectrique par (cf. [15][16]):

- utilisation des transformations conforme (Schwarz-Christoffel);
- résolution numérique de l'équation de Laplace (méthode des différences finies);
- séparation de variables, développement des fonctions propres;
- détermination de la distribution de charge ou courant à la surface du conducteur.

Cette dernière méthode, qui est expliquée dans [16] et exploitée dans [15], utilise une variante de la méthode des sous-aires (subareas method) pour obtenir une distribution en marche d'escalier, et détermine la densité de charges par une procédure d'ajustage par moindres carrés. De là, on calcule  $C = Q/V$ .

Dans le cas des lignes micro-ruban (microstrip lines), il existe de nombreux résultats obtenus par calcul et par fonctions empirique (cf. [14][17][18]).

La version actuelle du logiciel n'utilise que l'approximation des conducteurs cylindrique et plan.



### **III. DEVELOPPEMENT LOGICIEL**

---

**A. PRESENTATION DE VISUAL C++.**

**B. TECHNIQUES UTILISEES.**

**C. RESULTATS.**

## IV. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE

---

- [1] Chauvet F., " **Compatibilité électromagnétique. Introduction** ", Techniques de l'Ingénieur, 18 p., Vol **D 1900 - E 3750**.
- [2] Paul C.R., "**Introduction to electromagnetic compatibility**", 765 p. 1992, Wiley Interscience, John Wiley & Sons.
- [3] Degauque P. et Hamelin J., " **Compatibilité électromagnétique, bruits et perturbations radioélectriques.**", Collection Technique et Scientifique des Télécommunications. 646 p. 1990. Dunod.
- [4] Touboul A. and Charruau S., "**A reliable design to control coupling effects in multi-chip modules**", Rapport G-CIS--CNRS.??
- [5] Angot A., " **Complément de Mathématiques ...**", Masson, 6° édition, 1982.
- [6] Broche P., Cour de Maîtrise E.E.A.: "**Propagation des ondes électromagnétiques - Propriétés générales et applications à l'électronique, aux télécommunications et à la télédétection**", Vol.2, Université de Toulon et Var. Crochet, "**Cours de micro-ondes et antennes**", Université de Toulon et Var.
- [7] Romeo F. and Santomauro M., " **Time domain simulation of n coupled transmissions lines** ", I.E.E.E. Trans. on Microw. Theory and Tech., Vol. MTT-35, 1987, pp. 131-136.
- [8] Gwarek W.K., "**Analysis of arbitrarily shaped two-dimensional microwave circuit by finite-difference time-domain method.**", I.E.E.E. Trans. on Microwav. Theory and Tech., Vol. MTT-36, pp. 738-744.
- [9] Paulsen K.D., Lynch D.R. ..., "**Three-dimensional Finite, boundary, and hybrid element solutions of the Maxwell equations for lossy dielectric media.**", I.E.E.E. Trans. on Microwav. Theory and Tech., Vol. MTT-36, pp. 682-392, 1988.
- [10] Sheen D.M., Ali S.M., ..., " **Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits.**", I.E.E.E. Trans. on Microwav. Theory and Techn., Vol. MTT-38, 1990, pp. 849-857.
- [11] Tsugumichi S. ..., " **Analysis of microstrip circuits using three-dimensional full-wave electromagnetic field. Analysis in the time domain** ", I.E.E.E. Trans. on Microw. Theory Tech., Vol. MTT-36, 1988, pp. 1064-1070.
- [12] Dhatt G. et Touzot G., " **Une présentation de la méthode des éléments finis**", coll. Univ. de Compiègne, Maloine S.A. et les Presses de l'Université Laval Québec, 1981.
- [13] Falco J.A. de, " **Reflection and crosstalk in logic circuit interconnections** ", I.E.E.E. Spectrum, Vol. 7, 1970, pp. 44-50.
- [14] Garg R. and Bahl I.J., "**Characteristics of coupled microstriplines**", I.E.E.E. Trans. on Microw. Theory and Tech., Vol MTT-27, 1979, pp. 700-705.
- [15] Palusinsky O.A. ..., "**Electrical modelling of interconnections in multilayer packaging structures**", I.E.E.E. Trans. on Comp. Hyb. and Manuf. Technology, Vol. CHMT-10, 1987, p. 217-223.
- [16] Weeks W., "**Calculation of coefficient of capacitance of multiconductor transmission lines in the presence of a dielectric sheet.**", I.E.E.E. Trans. on Microw. Theory and Techniques, Vol. MTT-18, 1970, pp.35-43.
- [17] Wheeler H.A., " **Transmission-line properties of parallel strips separated by a dielectric sheet**", I.E.E.E. Trans. on Microw. Theory and Tech., Vol. MTT-13, 1965, pp. 172-185.

- [18] Wheeler H.A., " **Transmission-line properties of a strip on a dielectric sheet on a plane** ", I.E.E.E. Trans. on Microw. Theory and Tech., Vol. MTT-25, 1977, pp. 631-647.
- [19] Moreau Y., Pélanchon F. et Michez A., "**Object Oriented Design in applied physics**", AMSE Conference "Information Processing", New Orlean (USA), 1994, AMSE Press Vol.1,pp.19-23.
- [20] Nougier J.P., "**Méthode de calcul numérique**", Masson, 2° édition, 1985.
- [21] Press W.H., Teukolsky S.A....., "**Numerical Recipes in C**", Cambridge University Press, 2° edition, 1992.

## V. ANNEXE

### A. EQUATIONS DE MAXWELL-GUIDES D'ONDES.

D'après [3][4][11]

$$\left. \begin{aligned}
 \vec{\nabla} \wedge \vec{\mathbf{E}} &= -\frac{\partial}{\partial t} \vec{\mathbf{B}} \\
 \vec{\nabla} \wedge \vec{\mathbf{H}} &= \vec{\mathbf{j}} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{\mathbf{D}} \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} &= 0 \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{D}} &= \rho_v
 \end{aligned} \right\} \equiv \left\{ \begin{aligned}
 \oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} \\
 \oint_C \vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} &= \int_S \vec{\mathbf{j}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} \\
 \oint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} &= 0 \\
 \oint_S \vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} &= \int_v \rho_v \cdot dv
 \end{aligned} \right.$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{j}} = -\frac{\partial}{\partial t} \rho_v \quad \equiv \quad \oint_S \vec{\mathbf{j}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_v \rho_v \cdot dv \quad (i)$$

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon \vec{\mathbf{E}} \quad ; \quad \vec{\mathbf{B}} = \mu \vec{\mathbf{H}} \quad ; \quad \vec{\mathbf{j}}_c = \sigma \vec{\mathbf{E}} \quad ; \quad \vec{\mathbf{j}} = \vec{\mathbf{j}}_c + \vec{\mathbf{j}}_s$$

Avec :

$\mathbf{E}$  : champ électrique (V/m), dont la variation temporelle sinusoïdale s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{E}(x, y, z) = E_m(x, y, z) \cdot e^{j \cdot (\omega t - k \cdot z)} \quad (ii)$$

$\mathbf{H}$  : champ magnétique (A/m), de la même forme de variation que  $\mathbf{E}$ ;

$\mathbf{D}$  : champ d'induction électrique (C/m<sup>2</sup>);

$\mathbf{B}$  : champ d'induction magnétique ( Wb/m<sup>2</sup>);

$\rho_v$  : densité volumique de charges libres;

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ : permittivité diélectrique (F/m);

$\mu = \mu_0 \mu_r$  : perméabilité diélectrique (H/m);

$\sigma$  : conductivité (S/m);

$\omega$  : pulsation des champs (rad/s);

$k$  : nombre d'onde.

En indiquant par  $t$ , la composante tangentielle des champs, et par  $n$ , la composante normale des champs à l'interface de deux milieux, les conditions aux limites sont données par :

$$E_{t1} = E_{t2} ; B_{n1} = B_{n2} ; D_{n1} - D_{n2} = \sigma ; B_{n1} - B_{n2} = j_s ; \quad (iii)$$

Sous la forme exponentielle complexe, nous pouvons exprimer les composantes des champs  $(i)$   $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  parallèles au plan de propagation en fonction des composantes colinéaires à la direction de propagation. En posant l'équation de dispersion:

$$\gamma^2 = \varepsilon_r \cdot \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \quad (iv)$$

nous obtenons une série d'équations permettant de définir les différents modes de propagation :

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} &= -j \frac{k}{\gamma^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_z}{\partial y} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} &= j \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\gamma^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_z}{\partial y} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(v) Champ Magnétique transversal (Hz = 0) ou onde} \\ \text{Transverse Magnétique ( TM ) ou onde E.} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} &= -j \frac{k}{\gamma^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_z}{\partial y} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} &= -j \frac{\omega \mu_0}{\gamma^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_z}{\partial y} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(vi) Champ Electric Transversal (Ez = 0) ou onde} \\ \text{Transverse Electric ( TE ) ou onde M.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} &= \frac{k}{\omega \mu_0} \begin{pmatrix} -E_y \\ E_x \end{pmatrix} \end{aligned} \quad \text{(vii) Champ Electric et champ Magnétique} \\ \text{Transverseaux ( Ez = Hz = 0 ) ou mode} \\ \text{Transverse ElectroMagnétique ( TEM ).}$$

## B. SOLUTION DE L'EQUATION DE RESEAU.

En posant :

$$V(z,t) = U(z) \cdot e^{j\omega t} \quad \text{(viii)}$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\omega\mathbf{C} \quad \text{(ix)}$$

nous obtenons:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} V(z,t) = -\omega^2 \cdot U(z) \cdot e^{j\omega t} \quad \text{(x)}$$

Ainsi l'équation des télégraphistes peut s'écrire:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{V}(z) = \mathbf{ZY} \vec{V}(z)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{I}(z) = \mathbf{YZ} \vec{I}(z) \quad \text{(xi)}$$

Soit  $\mathbf{T}$  la matrice de transformation modale telle que:

$$\mathbf{T}^{-1} \mathbf{YZT} = \gamma^2 \quad \text{(xii)}$$

avec  $\gamma^2$  matrice diagonale. Cette diagonalisation est la définition du système propre :  $\mathbf{T}$  est la matrice des vecteurs propres, et  $\gamma^2$  est la matrice diagonale des valeurs propres correspondantes. En notant :

$$\bar{I} = \mathbf{T}\bar{I}_m \quad (xiii)$$

nous obtenons une nouvelle écriture de (xi) en courant et sa solution:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} I_{mi} = \gamma_{ii}^2 I_{mi} \quad \forall i \in [1, n] \Rightarrow I_{mi} = e^{-\gamma_i z} \cdot I_{mi}^+ - e^{\gamma_i z} \cdot I_{mi}^- \quad (xiv)$$

Les conditions aux limites sont données par la tension :

$$\begin{aligned} \bar{V}(0) &= \bar{V}_s - \mathbf{Z}_s \bar{I}(0) \\ \bar{V}(l) &= \mathbf{Z}_L \bar{I}(l) \end{aligned} \quad (xv)$$

avec  $V_s$  le vecteur des tensions des sources des lignes,  $\mathbf{Z}_s$  la matrice diagonale des impédances des sources,  $\mathbf{Z}_L$  matrice des impédances de terminaison des lignes. En posant la matrice impédance caractéristique  $\mathbf{Z}_c = \mathbf{Z} \mathbf{T} \gamma^{-1} \mathbf{T}^{-1}$ , nous pouvons exprimer

$$\bar{V}(z) = \mathbf{Z}_c \mathbf{T} \bar{I}(z) \quad (xvi)$$

Remplaçons  $z$  par  $0$  puis  $l$  dans (xiv) et (xvi), pour obtenir un système d'équations pour déterminer les valeurs des vecteurs  $Im^+$  et  $Im^-$  :

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{Z}_c + \mathbf{Z}_s) \mathbf{T} & (\mathbf{Z}_c - \mathbf{Z}_s) \mathbf{T} \\ (\mathbf{Z}_c - \mathbf{Z}_L) \mathbf{T} e^{-\gamma l} & (\mathbf{Z}_c + \mathbf{Z}_L) \mathbf{T} e^{\gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m^+ \\ \mathbf{I}_m^- \end{bmatrix} = \bar{V}_s \quad (xvii)$$

La résolution de ce système permet de connaître toutes les valeurs cherchées de  $V$  et de  $I$ , en fonction de la fréquence de calcul.